

LINEARNE JEDNAČINE SA NEPOZNATOM U IMENIOCU

PONOVIMO!!!

Pod linearnom jednačinom "po x " podrazumijevamo svaku jednačinu sa nepoznatom x koja se ekvivalentnim transformacijama svodi na jednačinu oblika:

$$a \cdot x = b$$

gde su a i b dati realni brojevi.

Kako rješavati jednačinu?

- Prvo se oslobodimo razlomaka (ako ih ima) tako što celu jednačinu pomnožimo sa NZS
- Onda se oslobodimo zagrada (ako ih ima) množeći "svaki sa svakim".
- Nepoznate prebacimo na jednu a poznate na drugu stranu znaka =.
- **(PAZI: prilikom prelaska sa jedne na drugu stranu mijenja se znak)**
- "sredimo" obje strane (oduzmemo i saberemo) i dobijemo $a \cdot x = b$
- Izrazimo nepoznatu $x = \frac{b}{a}$ uz uslov da $a \neq 0$

Znamo da imenilac razlomka ne smije biti jednak nuli jer ne možemo dijeliti nulom!!!
Do sada su imenioci bili poznati i različiti od nule. Šta ako nam imenilac razlomka nije poznat tj. sadrži nepoznatu x ?

U tom slučaju moramo osigurati da imenilac ne bude jednak nuli postavljajući odgovarajuće uslove !!!

Vidjećemo na primjerima.

ZADACI:

1) Riješi jednačinu

$$\frac{2}{x-2} = \frac{1}{x+3}$$

Pazi: ovdje odmah postavi uslove!!!

$$x - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \text{ (imenilac prvog razlomka ne smije biti 0)}$$

$$x + 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq -3 \text{ (imenilac drugog razlomka ne smije biti 0)}$$

Zatim cijelu jednačinu pomnožimo sa NZS a to je u ovom slučaju $(x - 2)(x + 3)$

$$\frac{2}{x-2} = \frac{1}{x+3} / (x-2)(x+3)$$

$$2(x + 3) = 1(x - 2)$$

$$2x + 6 = x - 2$$

$$2x - x = -2 - 6$$

$$x = -8$$

2) Riješi jednačinu

$$\frac{x+5}{3x-6} = \frac{1}{2} + \frac{2x-3}{2x-4}$$

Nakon rastavljanja imenilaca jednačina ima sljedeći oblik

$$\frac{x+5}{3(x-2)} = \frac{1}{2} + \frac{2x-3}{2(x-2)}$$

Uslov je

$x - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$ (imenioci prvog i trećeg razlomka ne smiju biti 0, imenilac drugog razlomka očigledno nije nula)

NZS za polinome $3(x - 2)$, $2(x - 2)$ i broj 2 je $6(x - 2)$ i cijelu jednačinu množimo sa NZS.

$$\frac{x+5}{3(x-2)} = \frac{1}{2} + \frac{2x-3}{2(x-2)} / 6(x-2)$$

$$2(x + 5) = 3(x - 2) + 3(2x - 3)$$

$$2x + 10 = 3x - 6 + 6x - 9$$

$$2x - 3x - 6x = -6 - 9 - 10$$

$$-7x = -25$$

$$x = \frac{25}{7}$$

3) Riješi jednačinu

$$\frac{9x+1}{4x-3} - 3 = \frac{1-x}{20x-5} + \frac{2x+5}{4x-3}$$

Nakon rastavljanja imenioca jednačina ima sljedeći oblik

$$\frac{9x+1}{4x-3} - 3 = \frac{1-x}{5(4x-3)} + \frac{2x+5}{4x-3}$$

Uslov je

$$4x - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{3}{4} \quad (\text{imenioci prvog, drugog i trećeg razlomka ne smiju biti 0})$$

NZS za polinome $4x - 3$, $5(4x - 3)$ i $4x - 3$ je $5(4x - 3)$ i cijelu jednačinu množimo sa NZS.

$$\frac{9x+1}{4x-3} - 3 = \frac{1-x}{5(4x-3)} + \frac{2x+5}{4x-3} \quad / \cdot 5(4x-3)$$

$$5(9x+1) - 15(4x-3) = 1(1-x) + 5(2x+5)$$

$$45x + 5 - 60x + 45 = 1 - x + 10x + 25$$

$$45x - 60x - 10x + x = 1 + 25 - 5 - 45$$

$$-24x = -24$$

$$x = 1$$

4) *Jedan radnik može da završi posao za 9, a drugi za 12 dana. Ako se njima pridruži treći radnik, oni će taj posao završiti za 4 dana. Za koje bi vrijeme treći radnik sam završio posao?*

Neka je x -vreme za koje treći radnik završi posao.

Kako razmišljamo?

Ako prvi radnik sam završi posao za 9 dana onda će za 1 dan odraditi $\frac{1}{9}$ posla.

Slično će drugi radnik za 1 dan odraditi $\frac{1}{12}$ posla, a treći $\frac{1}{x}$ dio posla.

Znači da će oni zajedno za jedan dan uraditi $\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{x}$ dio posla. Kako rade 4 dana, to je:

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4} \quad / \cdot 36x$$

$$4x + 3x + 36 = 9x$$

$$4x + 3x - 9x = -36$$

$$-2x = -36$$

$$x = 18$$

Dakle, treći radnik bi sam završio posao za 18 dana.

Domaći zadatak !!!

Riješi jednačine

- $\frac{x-3}{x+3} + \frac{3x-1}{3x+1} = 2$
- $\frac{2x-9}{2x-5} + \frac{3x}{3x-2} = 2$
- $\frac{29}{24} - \frac{4}{x-8} = \frac{3}{2x-16} - \frac{2}{3x-24}$